

# Übungen zur Linearen Algebra 1

Wintersemester 2014/2015

Universität Heidelberg - IWR  
Prof. Dr. Guido Kanschat  
Dr. Dörte Beigel  
Philipp Siehr

Blatt 1

Abgabetermin: Freitag, 24.10.2014, 11 Uhr

---

## Aufgabe 1.1 (Beweistechniken - 4 Punkte)

Seien  $A, B$  und  $C$  logische Aussagen. Bearbeiten Sie die folgenden Aufgaben.

- a) Oft kann es schwierig sein die Implikation  $A \Rightarrow B$  zu beweisen. Eine äquivalente Aussage dazu ist die *Kontraposition*:  $\neg B \Rightarrow \neg A$ .  
Zeigen Sie diese Äquivalenz, also

$$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A).$$

- b) Zeigen Sie das folgende *Distributivgesetz* der Operatoren  $\vee, \wedge$ :

$$A \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C).$$

*Hinweis:* Wahrheitstabellen.

## Aufgabe 1.2 (Logische Symbole - 2 Punkte)

Schreiben Sie die folgenden Aussagen mit logischen Symbolen ( $\vee, \wedge, \Rightarrow, \Leftrightarrow$ ) und bekannten mathematischen Symbolen ( $+, \cdot, \mathbb{N}$ , usw). Dabei sei  $\mathbb{P}$  die Menge der Primzahlen.

- i) Es gilt  $k + m < l + m$  falls  $k < l$ .  
ii) Aus  $x \leq y$  und  $y \leq x$  folgt  $x = y$  und umgekehrt.  
iii) Alle Primzahlen, mit Ausnahme von 2, sind ungerade.  
iv) Jede der Zahlenmengen  $\mathbb{N}_0, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$  enthält 0 oder  $-1$  und 1.

**Bitte wenden**

**Aufgabe 1.3 (Beweistechniken - 2 Punkte)**

Seien  $A, B, C$  Aussagen. Zeigen Sie, dass die folgenden Eigenschaften falsch sind.

a)  $((A \vee B) \Leftrightarrow (A \vee C)) \Rightarrow (B \Leftrightarrow C)$ .

b)  $((A \wedge B) \Leftrightarrow (A \wedge C)) \Rightarrow (B \Leftrightarrow C)$ .

**Aufgabe 1.4 (Gleichheit von Mengen - 4 Punkte)**

Seien  $A, B, C, D$  Mengen. Zeigen Sie die folgenden Aussagen:

a)  $B \setminus (A \cup C) = (B \setminus A) \cap (B \setminus C)$ .

b)  $A \subset B \Leftrightarrow \forall D : D \cup A \subset D \cup B$ .

**Hinweis:** Verwenden Sie in Aufgabenteil a) die folgende Äquivalenz:

$$M_1, M_2 \text{ Mengen : } M_1 = M_2 \Leftrightarrow (M_1 \subset M_2) \wedge (M_2 \subset M_1). \quad (1.1)$$

Vergessen Sie in Aufgabenteil b) nicht beide Richtungen der Äquivalenz zu zeigen.