

Beispiel: Die Gruppe \mathfrak{S}_3 ist die Menge der Permutationen der Zahlen von 1 bis 3, also der bijektiven Abbildungen von $\{1, 2, 3\}$ in sich selbst mit der Komposition von Abbildungen als Gruppenoperation.

\mathfrak{S}_3 hat 6 Elemente, die wir mit σ_1 bis σ_6 bezeichnen. Sie sind

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} & \sigma_4 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \\ \sigma_2 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} & \sigma_5 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \\ \sigma_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} & \sigma_6 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Dabei bedeutet die Notation, dass z. B. σ_6 die Abbildung ist, die die Elemente in Position 1 und in Position 3 vertauscht, während das in Position 2 bleibt.

Für diese Gruppe können wir die Multiplikationstabelle aufschreiben, nämlich eine Tabelle mit den Werten von $\sigma \circ \tau$ für alle $\sigma, \tau \in \mathfrak{S}_3$:

σ	τ					
	σ_1	σ_2	σ_3	σ_4	σ_5	σ_6
σ_1	σ_1	σ_2	σ_3	σ_4	σ_5	σ_6
σ_2	σ_2	σ_1	σ_5	σ_6	σ_3	σ_4
σ_3	σ_3	σ_4	σ_1	σ_2	σ_6	σ_5
σ_4	σ_4	σ_3	σ_6	σ_5	σ_1	σ_2
σ_5	σ_5	σ_6	σ_2	σ_1	σ_4	σ_3
σ_6	σ_6	σ_5	σ_4	σ_3	σ_2	σ_1

Aus dieser Tabelle lesen wir ab, dass das Ergebnis der Komposition immer in \mathfrak{S}_3 liegt, dass σ_1 , die Identität auf der Menge $\{1, 2, 3\}$ das neutrale Element ist, dass es zu jedem Element ein eindeutiges inverses Element gibt. Da das Tableau nicht symmetrisch ist, gibt es Elemente $\sigma, \tau \in \mathfrak{S}_3$ für die gilt $\sigma \circ \tau \neq \tau \circ \sigma$. Die Gruppe ist also nicht abelsch.