Universität Heidelberg
Dr. Dietmar Gallistl, Stefan Meggendorfer

Abgabe: **keine**

Übung Nr. 0
zur Vorlesung Einführung in die Numerik, Winter 2017/18

Aufgabe 0.1: Division

Zeigen Sie, dass die Division

$$\text{division} : \mathbb{R} \times (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \to \mathbb{R} \qquad (x, y) \mapsto \frac{x}{y}$$

eine gut konditionierte Operation ist.

Aufgabe 0.2: relativer Rundungsfehler

Wir betrachten Maschinenzahlen $\pm m \cdot b^{\pm e}$ mit $b \in \mathbb{N}$, $b \geq 2$, $e \in \mathbb{N}_0$ und $b^{-1} \leq m < 1$. Zeigen Sie, dass der absolute Rundungsfehler für jedes x aus dem zulässigen Bereich folgende Abschätzung erfüllt

$$|x - \mathrm{rd}(x)| \leq \frac{1}{2} b^{-r} b^{e}.$$

Dabei bezeichnet r die Mantissenlänge.

Aufgabe 0.3: Rechenaufwand

Die Determinante einer $n \times n$-Matrix A kann durch die Leibniz-Formel wie folgt ausgedrückt werden

$$\det A = \sum_{\sigma \in \mathfrak{S}_n} \mathrm{sgn}(\sigma) \prod_{j=1}^{n} a_{j,\sigma(j)}$$

(a) Wie viele arithmetische Operationen sind zur Auswertung dieses Ausdrucks erforderlich?

(b) Wie lange benötigt ein Rechner mit 10^9 Operationen pro Sekunde zur Berechnung der Determinante mit der Leibniz-Formel für $n = 25$?

(c) Ist die Leibniz-Formel für numerische Berechnungen geeignet? (Zum Vergleich: Alter der Milchstraße ca. 13 Milliarden Jahre).

Besprechung in den Übungen.