

## Programmierpraktikum Nr. 1 zur Vorlesung Einführung in die Numerik, Winter 2017/18

### Aufgabe P1.1: *LR*-Zerlegung

Schreiben Sie ein Programm, das zu gegebenem  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  die *LR*-Zerlegung der Form

$$PA = LR$$

berechnet. Für singuläres  $A$  (dies kann während der Pivotsuche festgestellt werden) sollte mit einer geeigneten Fehlermeldung abgebrochen werden.

### Aufgabe P1.2: Vor- und Rückwärtseinsetzen

(a) Schreiben Sie ein Programm, das zu gegebener unterer Dreiecksmatrix  $L \in \mathbb{R}^{n \times n}$  und  $b \in \mathbb{R}^n$  das LGS

$$Lx = b$$

durch Vorwärtseinsetzen löst.

(b) Schreiben Sie ein Programm, das zu gegebener oberer Dreiecksmatrix  $R \in \mathbb{R}^{n \times n}$  und  $b \in \mathbb{R}^n$  das LGS

$$Rx = b$$

durch Rückwärtseinsetzen löst.

### Aufgabe P1.3: Lösung von LGS

Wenn zu  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  die Zerlegung  $PA = LR$  bekannt ist, lässt sich das LGS  $Ax = b$  wie folgt lösen. Offenbar ist das LGS äquivalent zu  $LRx = Pb$ . Man substituiert nun  $y := Rx$  und löst

- zunächst  $Ly = Pb$  durch Vorwärtseinsetzen
- und dann  $Rx = y$  durch Rückwärtseinsetzen.

(a) Schreiben Sie ein Programm (basierend auf den vorherigen Aufgaben), das auf diese Weise lineare Gleichungssysteme löst.

(b) Gegeben sei die Hankel-Matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 6} \quad \text{sowie} \quad b = \begin{bmatrix} 35 \\ 35 \\ 35 \\ 35 \\ 35 \\ 35 \end{bmatrix}.$$

Lösen Sie das LGS  $Ax = b$ . Zur Kontrolle:  $x = (-5, -3, -1, 1, 3, 5)$ .

*Bemerkung:* In Octave lässt sich  $A$  durch den Befehl `hankel(1:6, 6:11)` erzeugen.