

Programmierpraktikum Nr. 2
zur Vorlesung Einführung in die Numerik, Winter 2017/18

Gegeben ist eine "Blockmatrix" der folgenden Gestalt:

$$A_n = \begin{bmatrix} B_m & -I_m & & & \\ -I_m & B_m & \ddots & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & -I_m & B_m \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}, \quad B_m = \begin{bmatrix} 4 & -1 & & & \\ -1 & 4 & \ddots & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & -1 & 4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{m \times m},$$

wobei $n = m^2$ und I_m die m -dimensionale Einheitsmatrix ist. Des weiteren haben wir den Vektor $f_n = (1, 1, \dots, 1)^T$ aus dem \mathbb{R}^n vorliegen.

(a) Lösen eines LGS über die LR-Zerlegung:

- (i) Erstellen Sie eine Funktion, die die LR-Zerlegung der obigen Bandmatrix für gegebenes m bestimmt.
- (ii) Mittels der obigen LR-Zerlegung soll nun die Lösung x des Gleichungssystems

$$A_n x = f_n$$

bestimmt werden. Verwenden Sie dazu die Technik des Vorwärts- und Rückwärtseinsetzens

$$Ly = f \\ Rx = y.$$

(b) Lösen eines LGS über die Berechnung der Inversen:

- (i) Bestimmen Sie die Inverse A^{-1} der Matrix A für gegebenes m durch die Technik der simultanen Elimination (siehe Scriptum).
- (ii) Mit Hilfe der Inversen berechnen Sie abermals den Lösungsvektor

$$x = A_n^{-1} f_n.$$

- (c) Vergleichen** Sie für $m = 5, 10, 15, 20$ die beiden Techniken: Bestimmen Sie den zeitlichen Aufwand der beiden Methoden (a) und (b) mit den Octave-Befehlen `tic` und `toc`. Stellen Sie Ihre Ergebnisse in einer Tabelle über alle m dar und visualisieren Sie anschließend die beiden Zeitreihen in einem logarithmischen Plot.