

## Programmierpraktikum Nr. 2 zur Vorlesung Einführung in die Numerik, Winter 2017/18

Gegeben ist eine "Blockmatrix" der folgenden Gestalt:

$$A_n = \begin{bmatrix} B_m & -I_m & & & \\ -I_m & B_m & \ddots & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & -I_m & B_m \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}, \quad B_m = \begin{bmatrix} 4 & -1 & & & \\ -1 & 4 & \ddots & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & -1 & 4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{m \times m},$$

wobei  $n = m^2$  und  $I_m$  die  $m$ -dimensionale Einheitsmatrix ist. Des weiteren haben wir den Vektor  $f_n = (1, 1, \dots, 1)^T$  aus dem  $\mathbb{R}^n$  vorliegen.

**(a) Lösen eines LGS über die LR-Zerlegung:**

- (i) Erstellen Sie eine Funktion, die die LR-Zerlegung der obigen Bandmatrix für gegebenes  $m$  bestimmt.
- (ii) Mittels der obigen LR-Zerlegung soll nun die Lösung  $x$  des Gleichungssystems

$$A_n x = f_n$$

bestimmt werden. Verwenden Sie dazu die Technik des Vorwärts- und Rückwärtseinsetzens

$$Ly = f \\ Rx = y.$$

**(b) Lösen eines LGS über die Berechnung der Inversen:**

- (i) Bestimmen Sie die Inverse  $A^{-1}$  der Matrix  $A$  für gegebenes  $m$  durch die Technik der simultanen Elimination (siehe Scriptum).
- (ii) Mit Hilfe der Inversen berechnen Sie abermals den Lösungsvektor

$$x = A_n^{-1} f_n.$$

- (c) Vergleichen** Sie für  $m = 5, 10, 15, 20$  die beiden Techniken: Bestimmen Sie den zeitlichen Aufwand der beiden Methoden (a) und (b) mit den Octave-Befehlen `tic` und `toc`. Stellen Sie Ihre Ergebnisse in einer Tabelle über alle  $m$  dar und visualisieren Sie anschließend die beiden Zeitreihen in einem logarithmischen Plot.