

Zerlegungen

Motivation

Wir können ein LGS ja schon mit der Gauß-Elimination lösen. Warum also andere Methoden finden?

Nachteile der Gauß-Elimination:

- für große Matrizen nicht so stabil
- möglicherweise zu aufwändig ($\frac{2}{3}n^3$)
- lässt sich nicht für verschiedene rechte Seite des LGS wiederverwenden

In der Vorlesung wurden 4 Zerlegungen behandelt, die verschiedene Eigenschaften anbieten: LR-Zerlegung, QR-Zerlegung, Cholesky-Zerlegung. Die Singulärwertzerlegung wurde nicht in der Vorlesung behandelt und ist auch nicht klausurrelevant.

Vergleich

	Cholesky	LR	QR	Singulärwertzerlegung
Besonderheit		auch für dünnbesetztes A häufig voll besetzt		besonders stabil, aber aufwendig
Anwendbarkeit	A s.p.d.	A quadratisch und regulär (mit Pivotisierung)	$A \in \mathbb{R}^{m \times n}, m \geq n$	$A \in \mathbb{R}^{m \times n}$
Eindeutigkeit	eindeutig	hängt von Pivotisierung ab	nicht eindeutig	Singulärwerte eindeutig, Zerlegung nicht eindeutig
Erhält Struktur		A Bandmatrix	A Hessenbergmatrix	
Aufwand	$\frac{1}{3}n^3$	$\frac{2}{3}n^3$	$\frac{4}{3}n^3$	$\frac{4}{3}n^3$